

問題

$2xy - 3 = 0$ について、 $\frac{dy}{dx}$ を求めよ。

解答 1

分かりやすさの目的で、 $xy = \frac{3}{2}$ と変形し、さらに $y = f(x)$ とおくと、

与式は $xf(x) = \frac{3}{2}$ となる。

この両辺を x で微分する。

$$\frac{d\{xf(x)\}}{dx} = 0 \quad (\text{右辺は定数だから } 0 \text{ になる})$$

$$\therefore \frac{dx}{dx} f(x) + x \frac{df(x)}{dx} = 0 \quad (\text{左辺の微分は } \{xf(x)\}' = x'f(x) + xf'(x) \text{ のこと})$$

$$\therefore f(x) + x \frac{df(x)}{dx} = 0$$

$$f(x) \text{ を } y \text{ に戻すと、} y + x \frac{dy}{dx} = 0 \text{ より、} \frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x} \quad \dots \text{(答)}$$

解答 2

$$y = \frac{3}{2x} \text{ より、} \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{3}{2x} \right)$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{3}{x^2} \quad (\text{右辺の微分は } \left(\frac{3}{2x} \right)' = \frac{-3 \cdot (2x)'}{(2x)^2} = -\frac{6}{4x^2} = -\frac{3}{x^2} \text{ のこと})$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{3}{x^2}$$

$$y = \frac{3}{x} \text{ より、} \frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x} \quad \dots \text{(答)}$$